MDS を使って使って使い倒す！
MDS 入門から非対称 MDS 実習まで

中山厚穂 (長崎大学)　横山暁 (慶應義塾大学)

1. 多次元尺度構成法とは

多次元尺度構成法 (MDS) は，多次元空間を用いてデータの背後に隠れている関係を表現する方法である．視覚的に対象間の関係を表現することができ，対象間の関係の理解を行いやすい．

現代社会においては，情報技術の発達によって多くの情報を簡単に得ることができるようになり，様々な分野において対象間の類似度をもとにして何らかの表現を得たいという興味や関心が高まっている．このようなニーズに応えるために用いられるのが多次元尺度構成法といえる．多次元尺度構成法は，多次元空間内に対象を位置付け，データの背後に隠れている関係を表現するため，視覚的に対象間の関係を表現でき対象間の関係を理解しやすいという特徴がある．

多次元尺度構成法の扱うデータは，一般的には対象×対象の組み合わせからなる単相 2 元データである．その他にも，対象×変数からなる 2 相 2 元データ，対象×対象の単相 2 元データを異なる時点，被験者，実験条件などについて収集することで得られる 2 相 3 元データも分析するモデルもある．多次元尺度構成法において用いられるデータは，相 (mode) と元 (way) という概念によって整理することができる．データの相とは 1 組の対象を意味する．1 つの相をもつデータを単相データという．そして，2 つの相を持つデータを 2 相データ，3 つの相を持つデータを 3 相データという．また，元の数は相がいくつ組み合わされているかにより決定される (Carroll & Arabie, 1980)．M 個の相と N 個の元をもつデータを M 相 N 元データ ($M \leqq N$) と呼ぶ．

商品の同時購買頻度

	弁当	菓子	清涼飲料
弁当			
菓子	88		
清涼飲料	42	20	

多次元尺度構成法により同時購買頻度のデータから 2 次元空間での対象の位置を求める

	次元 1	次元 2
弁当	1	0
菓子	0	3
清涼飲料	3	1

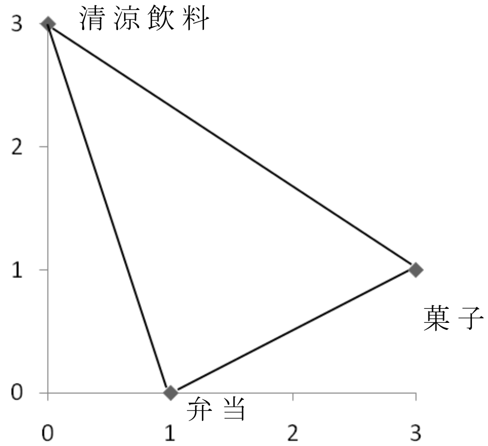


図 1.1　多次元尺度構成法のイメージ

多次元尺度構成法というと，一般的には，対象×対象間の類似度を表す単相 2 元データを分析するための手法のことを示すことが多く，Kruskal の方法 (Kruskal, 1964a;b) がよく用いられる．

対象間の類似度が複数得られているような 2 相 3 元データは，データの繰り返しを誤差とみなすことにより属性ごとの構造的な違いを無視して Kruskal の方法により分析することも可能である．しかし，これでは属性ごとの違いを無視してしまうため，重要な情報を捨ててしまう場合も存在することとなる．そこで，Tucker & Messick (1963) の研究にはじまる個人差を考慮したモデルの研究が行われるようになった (Carroll & Chang, 1970; Horan, 1969; Schönemann, 1972)．特に，対称 2 相 3 元のデータを分析する INDSCAL (Carroll & Chang, 1970) が一般的に現在では用いられている．

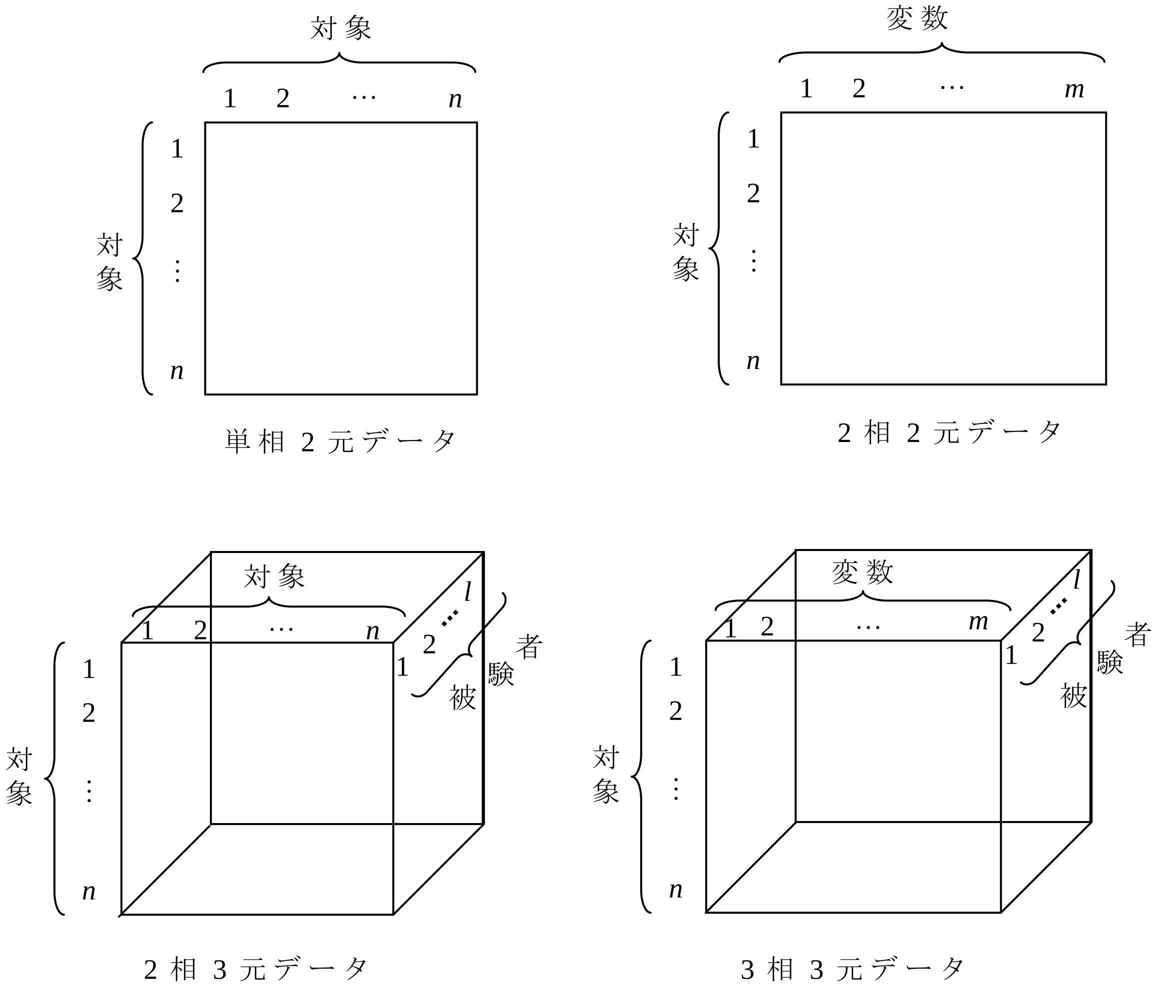


図 1.2　多次元尺度構成法におけるデータ例

Kruskal の方法や INDSCAL などのモデルは，対称な (データの対角要素同士が等しい) データを分析するためのモデルである．したがって，対角要素同士が等しくない非対称なデータを Kruskal の方法や INDSCAL などのモデルで分析するには，対角要素の値を合算して平均をとり対称化するか，何らかの基準に基づいてデータを基準化 (再構成) して分析 (Harshman,Green, Wind, & Lundy, 1982; 横山・岡太, 2006) を行わなければならない．これらの方法は，データがもっている非対称性に多少の配慮はしているが，一部の手順は非対称性に全く配慮しておらず，直接的にデータがもっている非対称性を分析の対象としているわけではない (岡太，2002)．非対称データを分析

するためには，データのもつ非対称性を直接的に分析する必要がある．そのため，データがもっている非対称性を直接的に表現するために，非対称なデータを分析するためのモデルも提案されている (e.g. Chino,2002; DeSarbo & Manrai, 1992; Okada & Imaizumi, 1987; Okada & Imaizumi, 1997; Zielman & Heiser, 1993).

多次元尺度構成法というと，一般的に単相 2 元データを分析するための手法を示すことが多いことから，今回は，対象×対象間の類似度を表す単相 2 元データを分析するための方法である Kruskal の方法を取り上げて解説する．非対称多次元尺度構成法は，2 元データだけではなく 3 元データの分析が可能な手法も開発されており，多様なデータの分析に対応しうる．これらの非対称多次元尺度構成法は，主として心理学やマーケティングの分野で発達し，これらの分野でのデータを主として扱っているが，今後は，社会学における有用な分析方法となりうる可能性が高いと考えられる．そこで，非対称単相 2 元データをデータがもつ非対称性の情報を直接的に分析する方法について，Okada & Imaizumi (1987) を取り上げながら解説する．

2. Kruskal の方法

多次元尺度構成法には様々な手法がデータの特性に合わせて提案されているが，本章では最も一般的な Kruskal の多次元尺度構成法について解説する．Kruskal の方法は，2 つの対象間の (非) 類似度関係を分析するための多次元尺度構成法である．類似度関係を分析する多次元尺度構成法として，計量的多次元尺度構成法と非計量多次元尺度構成法とがある．Kruskal の方法は，非計量的多次元尺度構成法になる．計量多次元尺度構成法では，分析に使用する対象間の (非) 類似度データは，原則として比尺度の水準で得られていなければならない．しかし，非計量多次元尺度構成法では，データは順序尺度の水準で得られていれば，対象は多次元距離空間内の点として位置づけることができる．データの水準に対する制約が少ないという特徴がある．

なお計量的 MDS では，複数の対象間の非類似度が比率尺度，特に，対象間

のユークリッド距離として推定されている場合に，固有値分解により，固有値と固有ベクトルを求めることで，対象を多次元ユークリッド空間の点として位置づける．ただし，実際には，得られている非類似度データが比尺度の水準で得られていても，距離の性質を満たしているとは限らない．その場合には，データに定数 (加算定数) を加えることで，距離の性質を満たすように変換して分析することになる．計量的 MDS には，Torgerson の方法 (Torgerson, 1952) などがある[1]．

Kruskal の方法は，非計量多次元尺度構成法であり，類似度と対象間の距離とが単調関係となるように対象を点として多次元空間内に位置付けることで，対象間の関係を表現する．つまり，多次元空間内に，類似度の大きい対象同士はそれぞれの対象を表現する点間の距離が小さくなるように，類似度の小さい対象同士はそれぞれの対象を表現する点間の距離が大きくなるように，各対象の点を位置づける．対象を多次元空間内に位置づけた図は布置と呼ばれる．Kruskal の方法で得られた布置では，対象間の類似度の大小の関係が，各対象の点間の距離によって視覚的に把握することができる．

2.1. 多次元空間内での距離の定義

対象 i と対象 j の間の類似度を δ_{jk} とし，対象 i と対象 j の多次元空間内における各対象を表す点間の距離を d_{ij} とする．この対象間の距離 d_{ij} には，一般的にユークリッド距離

$$d_{ij} = \left(\sum_{t=1}^{p} (x_{it} - x_{jt})^2 \right)^{1/2}$$

が用いられる．なお，x_{it}，x_{jt} はそれぞれ対象 i と対象 j の t 次元での座標を表している．

[1] R のパッケージ stats には，計量多次元尺度法の関数 cmdscale(Classical (Metric) Multidimensional Scaling)が用意されているので cmdscale()関数を用いると計量多次元尺度法を R により実行することができる．

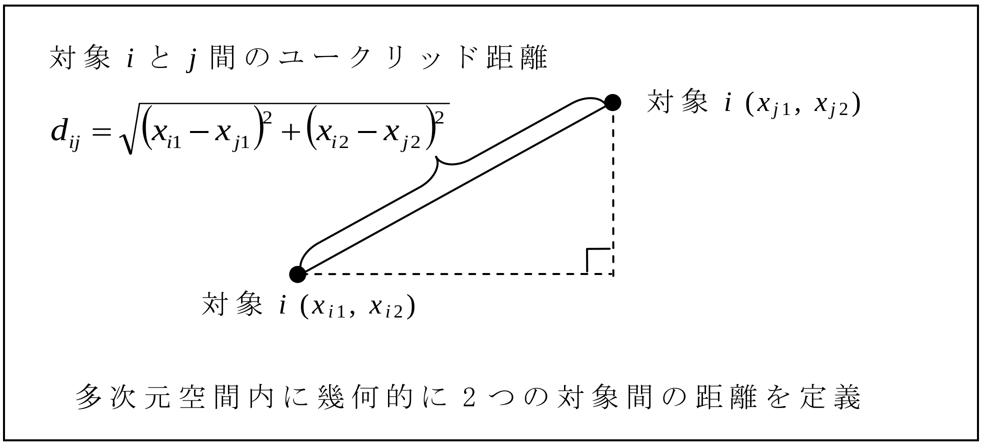


図 2.1　ユークリッド距離

ユークリッド距離よりも，離れている対象間の距離ほど，より大きな重みづけを行いたいといった場合などには，平方ユークリッド距離

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^{m} (x_{ik} - x_{jk})^2$$

が用いられる．

より一般的には，

$$d_{ij} = \left(\sum_{t=1}^{p} \left| x_{it} - x_{jt} \right|^M \right)^{1/M} \quad (M \geq 1)$$

と定義される距離を用いる．この一般化した距離は，ミンコフスキーの一般距離と呼ばれる．ミンコフスキーの一般距離での M は，ミンコフスキー定数といわれる．M=2 のときは，ユークリッド距離となる．そして，M=1 のときは，市街地距離 (マンハッタン距離)，M=∞の場合は優勢次元距離となる．ユークリッド距離以外の場合を非ユークリッド距離という．

非ユークリッド距離を用いる場合には，何種類かの M を用いて分析し，次元数を決定した上で，最小のストレスが得られた M での結果を解とすることが多い．通常は，ユークリッド距離で分析することが一般的であるが，各次元の示す特性が個別に識別できる場合には非ユークリッド距離 (特に市街地距離) を用いる場合もある．なお，非ユークリッド距離を用いた分析から得られた布置

は次元の方向が一意に定まり，次元の回転を行うことはできないということに注意が必要である．

2.2. ストレス (不適合度) の定義

Kruskal の多次元尺度構成法では，類似度が大きく似ている対象同士ほど，距離が小さくなるように，多次元空間内で近くになるように，対象の位置関係を決める．したがって，対象を表す点間の距離が，対象間の類似度と単調減少関係

$$\delta_{ij} > \delta_{rs} \Rightarrow d_{ij} \leq d_{rs}$$

を満たすように，多次元空間内での対象間の位置が決定される．

多次元空間内の対象を表す点の位置を決定するためには，はじめに，ある次元における n 個 (分析対象の対象数) の点の仮の位置決める．そして点間距離が類似度と単調減少関係になるように，多次元空間内での対象の点の座標を徐々に改善し，最適な位置関係となる各対象の座標を求める．

対象の座標を求めていく過程で，対象間の類似度と対象を表す点間の距離が必ずしも単調関係を満たさない場合もある．多次元空間内の点の座標を決定するにあたっては，単調関係をどの程度満たしているのかを示す尺度である不適合度 (ストレス) が必要となる．

Kruskal の方法では，このストレス S

$$S = \sqrt{\sum_{\substack{i=1 \\ i<j}}^{n-1} \sum_{j=2}^{n} (d_{ij} - \hat{d}_{ij})^2 \Bigg/ \sum_{\substack{i=1 \\ i<j}}^{n-1} \sum_{j=2}^{n} d_{ij}^2} = \sqrt{S^*/T^*}$$

を定義する (Kruskal & Carroll, 1969)．そして，ストレス S が最小となるように布置を反復手順で改善していく．ただし，$\hat{d}_{ij}$ はディスパリティーと呼ばれ，単調関係を満たし，距離に対して S^*を最小とするような値である．そして，ディスパリティー $\hat{d}_{ij}$ は点間距離が類似度と単調減少関係にある場合には，点間距離 d_{ij} をそのままディスパリティー $\hat{d}_{ij}$ として用い，点間距離が類似度と単調減少関係を満たさない場合には，単調減少関係にない範囲の点間距離の平均値に置き換える．また T^*を

$$S=\sqrt{\sum_{\substack{i=1\\i<j}}^{n-1}\sum_{j=2}^{n}(d_{ij}-\hat{d}_{ij})^2 \Big/ \sum_{\substack{i=1\\i<j}}^{n-1}\sum_{j=2}^{n}(d_{ij}-\bar{d})^2}$$

と置き換え，解が退化することを防ぐストレス第 2 式もある．このとき，$\bar{d}$は点間距離の平均値を示している．退化とは，対象を表現する点が重なりあい，小数の点に集中してしまうことにより，ストレスの値が低くなっているような状態を指す．一般的にはストレス第 2 式が用いられる．置き換える前の式は区別のためにストレス第 1 式と呼ばれる．

2.3. 布置の算出方法

Kruskal の方法では, ストレス S が最小となる座標を求めるために最急降下法を用いる．最急降下法は，制約のない最適化問題を解くための勾配法の 1 つである．つまり，ストレス S が最小となる方向に解 (座標値) を探索する．次元数 t のもとでストレスを最小化する布置を求めるには，仮の t 次元布置 (初期布置) を求め，この布置のストレスが減少するように対象の位置を少しずつ動かして布置を反復的に改善し，ストレスが一定以上減少しなくなるまで反復を続ける．このとき，得られた布置は，ストレスがそれ以上改善できない布置すなわち局所極小布置であるというだけで，ストレスが必ずしも最小であるとは限らないことに注意が必要である．したがって，初期の座標値をどのように与えるかに解が依存するため，局所最適解 (局所的な最小値であって，全体の最小値ではない値) が得られてしまう場合がある．よって，様々な初期値を用いて分析を行い，ストレスの最小値が得られている結果を解として採用する必要がある.

なお，ストレス S は点間の距離によって定義されているため，あらかじめ布置の次元数を決めておく必要がある．しかし，布置の次元数がいくつであるかは通常は分析を行う前には分からない．そこで，何種類かの次元数のもとで分析を行い，各次元数においてストレスを最小にする布置を求める．そして，得られたストレスや布置を検討して何次元の布置を解にするかを決定する. なお，分析を実行する際には，分析の最大次元数と分析の最小次元数を決めて分析を

行うのが一般的である．そして，分析の最大次元数で分析して布置を求め，分析により得られたその布置の「最大次元数-1」個の次元の座標の値を初期布置として「分析の最大次元数-1」の次元で分析して布置を求める．このように，次元数を 1 つずつ減らしていき，分析の最小次元数まで布置を求めていく．

このときの布置を改善するための最大反復回数は通常 50～200 回程度行う．最大反復数に達する前にストレスがほぼ 0 と考えられる値 (目安は，0.00001 程度) まで減少すれば，反復を終了する．また，最大反復数に達していてもさらに布置を改善することができる可能性がある場合もある．その場合は，最大反復数の 1 回前と最大反復数でのストレスの値を比較して，その減少の程度が一定の値以上あれば，布置はさらに改善できる可能性があると判断して，最大反復数を増やし，再度分析を行う．このときの減少の程度の目安は 0.000001 がおおよその基準となる．最大反復数に達していな場合において，現在の反復と 1 回前の反復のストレスを比較して，減少の程度が一定の値以下であれば，それ以上反復して分析を行っても布置は改善できないと判断して，反復を終了する．このときの減少の程度の目安は 0.000001 がおおよその基準となる．

2.4. 布置の解釈

ストレスが小さい布置は適合度が大きいわけなので，ストレスの値は，解の次元数を決定する際の 1 つの規準となる．対象数や布置の次元数も考慮する必要があるが，およそ 0.05 から 0.5 程度までのストレスであればその次元数の結果を解として採用することができるといわれている．

その他にも，解を採用する基準には，布置の解釈，肘の基準 (ストレスの変化の程度)，点間距離と類似度との散布図などがある．これらの基準から総合的に判断して解とする次元数を決定するのが望ましい．

布置の解釈は，得られた布置で対象間の関係を明確に理解することができるかどうかにより，解として採用するかを判断する．ストレスの値を定義している点間の距離は布置の各次元を直交回転しても変化しない．したがって，布置の各次元は解釈を行いやすい方向に直交回転することができる．因子分析と同

様にバリマックス回転などの直交回転の方法が適用できるが，一般的には，各次元と対象の特性とが対応するように，視覚的に布置を解釈しやすい方向に回転する．なお，このときに可能であれば，3 次元までの低次元の布置が望ましい．布置を解釈するためには，視覚的に対象間の関係を理解できることが重要であり，そのためには 3 次元までの低次元の布置が最適である．4 次元以上の解を解釈するためには，個々の次元を 2 つ (もしくは 3 つ) ずつ取り上げて分割して解釈し，それぞれの組み合わせごとに総合的に布置を解釈することになる．3 次元までの低次元での布置の解釈に比べて解釈が難しくなる．したがって，なるべく 3 次元までの低次元の布置を採用することが望ましい．

肘の基準 (ストレスの変化の程度) は，次元数を増やしたときのストレスの値の減少の程度により解として採用する次元数を決定する方法である．次元数を増やしたときに，ある次元数においてストレスの値が急激に減少し，それ以上の次元数ではストレスの値の減少が顕著でないならば，そのストレスが急激に減少した次元数の結果を解として採用する (図 2.2 (a))．このときの次元とストレスの値の関係を表した図の形状が肘に似ていることから，この判断基準は肘の基準と呼ばれる．実際には肘の形状が明瞭でないこともある (図 2.2 (b))．肘が明瞭でない場合，次元数を増やしても，どの次元数においても大きくストレスが減少しない．ストレスの肘が不明瞭となるのはデータに含まれる誤差が大きい場合である．ストレスの肘が明瞭でない場合は，ストレスの変化の程度からをどの次元数の結果を解として採用するのかの判断は難しい．

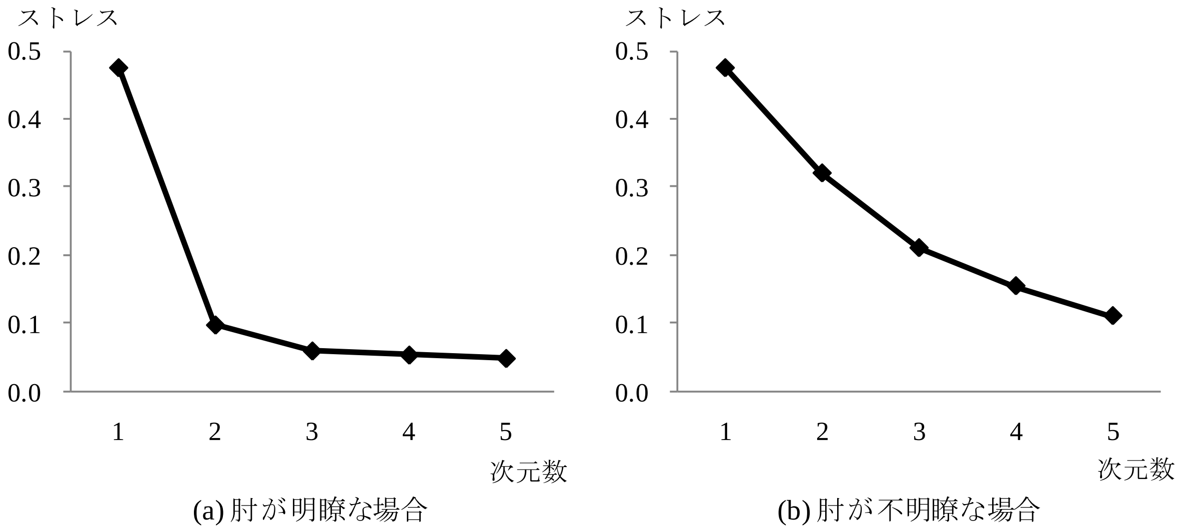
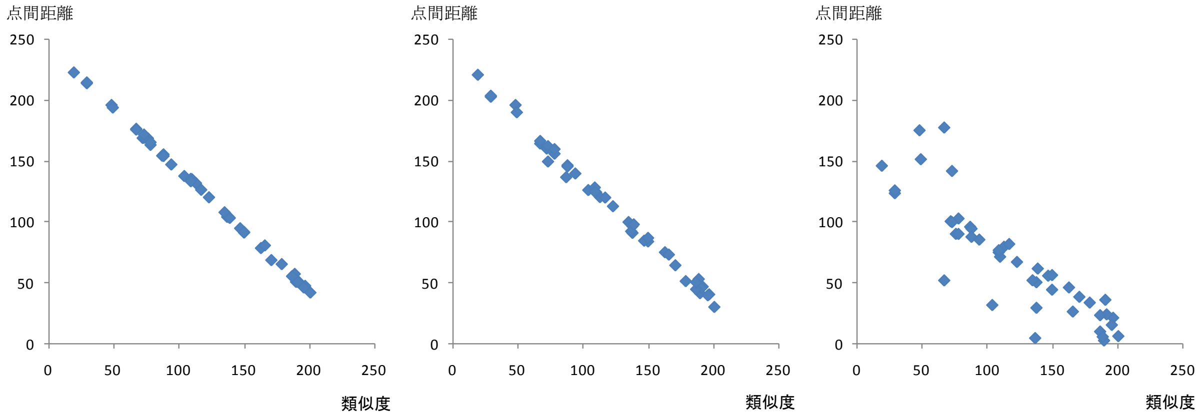


図 2.2　ストレスの肘

また，各次元数の結果から，点間距離と類似度との散布図を描き，散布図がどのように変化するのかを見ると，各次元数で，点間距離の類似度に対する単調関係がどの程度満たされているのかをとらえることができる．類似度と点間距離の単調関係が，ある次元数において明瞭になるならば，その次元数の結果を解として採用することも可能である．点間距離と類似度との散布図から判断をするということは解が退化していないかどうかの確認をすることもでき有効な判断方法である．退化してしまった布置からは対象間の関係についての情報は得られないため，初期布置を変更して再度分析する必要がある．図 2.3 のように各次元数での点間距離と類似度との散布図を作成すると，退化している傾向はなく，次元数 2 において類似度と点間距離の単調関係が明確となっていることが読み取れる．したがって，この例の場合では，次元数 2 の結果を解として採用するのが望ましいと判断できる．



(a) 次元数3での散布図　(b) 次元数2での散布図　(c) 次元数1での散布図

図 2.3　各次元数での点間距離と類似度との散布図

また，ストレスは点間の距離にもとづいて定義されているため，布置の大きさ，原点の位置，次元の方向には影響を受けない．そのため，布置の重心が原点となるように

$$\sum_{i=1}^{n} x_{it} = 0 \quad (t = 1, \cdots, p)$$

とし，また，座標値の 2 乗和が対象の個数に等しくなるように，

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{t=1}^{p} x_{it}^2 = n$$

布置を基準化する．つまり，平均が 0，分散が 1 となるように得られた布置の座標を基準化したものを次元数の平方根で除せば良い．

Kruskal の多次元尺度構成法の流れは以下の通りである．これらの一連の手続きを行うことで Kruskal の多次元尺度構成法を実行することができる．

1. 分析の最大次元数，最小次元数，最大反復数，反復の停止条件を決定して，最大次元数から最小次元数までの各次元数においてストレスが最小となる点間距離を類似度と単調関係を満たすように求める．
2. 各次元数において最小となったストレスが得られているものを，その次元数における分析結果とする．

3. ストレスの大きさ，布置の解釈のしやすさ，肘の基準，類似度と点間距離の散布図といった解の採用基準と照らし合わせて，どの次元数の結果を解として採用するのかを決定する.

3. 非対称単相 2 元多次元尺度構成法 (Okada & Imaizumi, 1987)

Kruskal の多次元尺度構成法では，対象を多次元空間内に点として表現し，点間距離を対象間の類似度に対応させることで対象間の対称な関係性を表現した. つまり，類似した (類似度の大きい) 対象間の点間距離は小さくなるように，そして，類似してない (類似度の小さい) 対象間の点間距離が大きくなるように，多次元空間で対象を表現する点の位置を決定した．したがって，対象間の関係を多次元空間内の点間距離はどちらの方向から測っても等しく，対称であるとみなしていることになる．対象間の関係を多次元空間内の点間距離が等しくないよう場場合には,誤差とみなすなどして分析が行われていた.そのため，データとして与えられた類似度が，対象 j から対象 k への類似度と対象 k から対象 j への類似度が誤差範囲以上に異なる非対称なデータでは，対応する 2 つの類似度の平均を求めて類似度を対称化して分析するか，Harshman,Green, Wind, & Lundy (1982) などにより提案されているよう何らかの基準に基づいてデータを基準化 (再構成) して分析が行われることが多かった．しかし，このような分析の方法で，非対称な類似度を分析することは，非対称性が有しているかも知れな情報を捨ててしまう危険性ある．したがって，本来であれば非対称データを分析するためには,データのもつ非対称性を直接的に分析する必要がある．そのため，データがもっている非対称性を直接的に表現するために,非対称なデータを分析するためのモデルも提案されている.そこで，対象間の類似度の非対称性がもつ情報を捨てることなく，非対称な類似度を非対称なままで分析することを目的として提案された Okada & Imaizumi (1987) を取り上げて非対称多次元尺度構成法について解説する.

Okada & Imaizumi (1987) による非対称多次元尺度構成法では，対象を多次元空間内の点とその点を中心とする円 (2 次元布置)，球 (3 次元布置)，超球 (4

次元以上の布置) により表現する.

2 つの対象 i と j を考える. 対象 i は点と半径 r_i の円により表現され, 対象 j は点と半径 r_j の円により表現される. 対象 i と j を表現する点の間の距離を d_{jk} とすると, Kruskal の方法などによる対称多次元尺度構成法では, データとして与えられる対象間類似度を点間距離に対応させるが, Okada & Imaizumi (1987) による方法では, 類似度を

$$m_{ij} = d_{ij} - r_i + r_j$$

$$m_{ji} = d_{ij} - r_j + r_k$$

と m_{ij} と m_{ji} に対応させる (図 3.1).

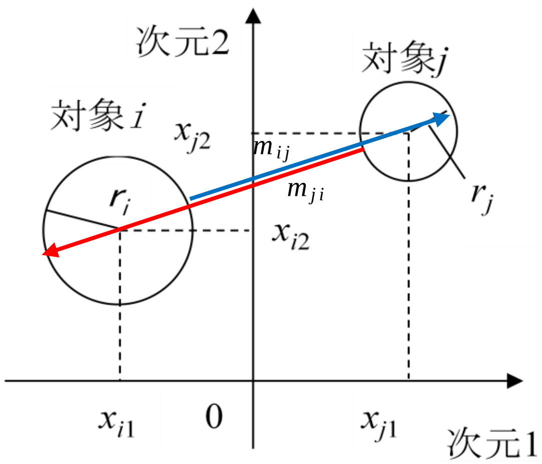


図 3.1　共通対象布置での対象 i と j

図 3.1 からも分かるように m_{ij} と m_{ji} は必ずしも等しくはならない. つまり, 非対称な類似度を布置に表現することができるようになる. 対象 i の円の半径 r_i が大きくなると, 対象 i からそれ以外の対象 j への類似度に対応する m_{ij} は小さくなる. 一方, i 以外の対象 j から対象 i への類似度に対応する m_{ji} は大きくなる.

分析の手順は, Kruskal の方法と同様である. 布置の次元数を何種類か想定し, 各々の次元数について m_{ij} が, データとして与えられた類似度との単調減少関係を可能な限り満たすように, 対象の位を (座標) と円の半径を求める. 単調

液少関係 (大きな類似度には小さな m_{ij} を対応させ，小さな類似度には大きな m_{ji} を対応させる) への不適合度を定義し，その不適合度を反復的に減少させる．

$$S=\sqrt{\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n}\sum_{j=1}^{n}(m_{ij}-\hat{m}_{ij})^2 \Big/ \sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n}\sum_{j=2}^{n}(m_{ij}-\overline{m})^2}$$

各々の次元数について求めた布置の中から，次元数と不適合度の関係 (次元数を減少させたときの不適合度の増加の具合) や布置の表す意味の解釈などを考慮して，どの次元数の布置を解とするかを決定する．なお，布置は因子分析と同様に次元を回転することが可能であり，布置の解釈にあたって次元の意味が明らかになるような方向に次元を回転することができる．その他にも，肘の基準 (ストレスの変化の程度)，点間距離と類似度との散布図などを用いることができる．どの次元数の布置を解とするかは，これらの基準から総合的に判断して解とする次元数を決定するのが望ましい．

4. R による Kruskal の方法と Okada & Imaizumi (1987) の実行方法

R においては，いくつかのパッケージに非計量多次元尺度法の関数が実装されている．その中で基本となるのは，パッケージ MASS の中の関数 isoMDS と sammon である．

関数 isoMDS は

$$S=\frac{\sum\sum(\theta(d_{ij})-\hat{d}_{ij})^2}{\sum\sum\hat{d}_{ij}^2}$$

というように定義したストレスを最小になるように座標を決める．なお，θ は単調増加関数である．関数 isoMDS は，isoMDS (d, k = 2,...) というように引数を指定することで実行できる．引数 d には，距離構造を持つデータマトリクスを指定する．k には次元の数を指定する．これ以外にも幾つかの引数があるが，isoMDS と () なしで実行すると確認することができる (反復回数なども指定できる)．なお，関数 isoMDS は，座標値 ($points) と最終のストレス ($stress) を返す．ストレスの値は百分率で表示される．

関数 Sammon は，与えられた t 次元上で

$$S = \frac{1}{\sum\sum d_{ij}} \frac{\sum\sum (d_{ij} - \hat{d}_{ij})^2}{\sum\sum d_{ij}^2}$$

という重みつきストレスを最小化することで座標値を求めるアルゴリズムになっている．関数 sammon の引数は基本的には，関数 isoMDS と同じである．返される結果も isoMDS と同じく 2 項目となるが，ストレス ($stress) は百分率ではないことに注意が必要である．

関数 isoMDS と関数 sammon では初期に与えた座標値を初期値として，定義したストレスの値が最小となるように反復を繰り返す．初期値を与えないときには，デフォルトで指定されている関数 cmdscale (計量的多次元尺度構成法を実行する関数) の結果を初期値として用いる．計算の繰り返しの回数は引数で調整できる．デフォルトでは，関数 isoMDS で maxit = 50，関数 sammon では niter = 100 となっている．

また，de Leeuw & Mair (2009) によって提供されている smacof というパッケージを用いると計量と非計量多次元尺度構成法を実行できる．また，矩形行列のための分析や個人差を考慮した分析を実行することもできる．なお，デフォルトのパッケージには用意されていないので， CRAN のミラーサイトからインストールする必要がある．

しかし，R においては，非対称多次元尺度構法を実行するための関数は用意されていない．そこで，今回の講習では，多摩大学今泉忠先生からご提供いただいた R のバッチファイルを用いて，Kruskal の方法と Okada & Imaizumi (1987) の方法を R 上で実行し演習を行うこととする．また，パラメータの設定方法などについては，セミナー当日，配布資料を交えながら解説を行う予定である．

謝辞

今回のセミナー開催にあたっては，多摩大学大学院岡太彬訓先生と今泉忠先生から多次元尺度構成法を R で実行するために貴重な R でのソースファイルをご提供いただくとともに，これまで多くのご指導をいただき，本講演においても多くの考えを参考とさせていただきました．ここに記して深く感謝申し上げます．そして，日本行動計量学会運営委員会の第 13 回春の合宿セミナー企画担当の芳賀麻誉美先生には，合宿セミナーにおいて多次元尺度構成法の普及のための講演の場をご提供いただき，また，講演にあたっては多数のご尽力をいただいた．ここに厚く御礼を申し上げます．

引用文献

Carroll, J. D., & Arabie, P. (1980). Multidimensional scaling. In M. R. Rosenzweing & L. W. Porter (Eds.) , *Annual review of psychology* (Vol. 31, pp. 607-649). Palo Alto, CA: Annual Reviews.

Carroll, J. D., & Chang, J. J. (1970). Analysis of individual differences in multidimensional scaling via an *N*-way generalization of “Eckart–Young” decomposition. *Psychometrika*, *35*, 283–319.

Chino, N. (2002). Complex Space Models for the Analysis of Asymmetry. In M. S. Nishisato, Y. Baba, H. Bozdogan & K. Kanefuji (Eds.) , *Measurement and Multivariate Analysis* (pp. 107-14). Tokyo, Springer-Verlag.

De Leeuw, J., & Mair, P. (2009). Multidimensional scaling using majorization: SMACOF in R. *Journal of Statistical Software*, 31, 1-30.

DeSarbo, W. S., & Manrai, A. K. (1992). A new multidimensional scaling methodology for the analysis of asymmetric proximity data in marketing research. *Marketing Science*, *11*, 1–20.Harshman,Green, Wind, & Lundy, 1982.

Harshman, R. A., Green, P. E., Wind, Y., & Lundy, M. E. (1982). A model for the an

alysis of asymmetric data in marketing research. *Marketing Science*, *1*, 205-242.

Horan, C. B. (1969). Multidimensional scaling: Combining observations when individuals have different perceptual structures. *Psychometrika, 34*, 139–165.

Kruskal, J. B. (1964a). Multidimensional scaling by optimizing goodness of fit to a nonmetric hypothesis. *Psychometrika*, *29*, 1–27.

Kruskal, J. B. (1964b). Nonmetric multidimensional scaling: A numerical method. *Psychometrika*, *29*, 115–129.

Kruskal, J. B., & Carroll, J. D. (1969). Geometrical models and badness-of-fit functions. In P. R. Krishnaiah (Ed.) , *Multivariate analysis* (Vol. 2, pp. 639–671). New York: Academic Press.

岡太彬訓 (2002). 社会学におけるクラスター分析と MDS の応用. *理論と方法*, *17*, 167-181.

Okada, A., & Imaizumi, T. (1987). Nonmetric multidimensional scaling of asymmetric proximities. *Behaviormetrik*a, *21*, 81-96.

Okada, A., & Imaizumi, T. (1997). Asymmetric multidimensional scaling of two-mode three-way proximities, *Journal of Classification*, *14*, 195–224.

Schönemann, P. H. (1972). An algebraic solution for a class of subjective metrics models. *Psychometrika, 37,* 441-451.

Torgerson, W. (1952). Multidimensional scaling: I. Theory and method. *Psychometrika*, *17,* 401-419.

Tucker, L. R., & Messick, S. (1963). An individual differences model for multidimensional scaling. Psychometrika, 37, 3–27.

横山 暁・岡太 彬訓 (2006). 銘柄変更データにおけるエントロピーを用いた親近度行列の再構成法. *行動計量学*, *33*, 159-166.

Zielman, B., & Heiser, W. (1993). Analysis of asymmetry by a slide vector. *Psychometrika*, *58*, 101–114.